

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 19 / 06 / 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A₁. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

A₂. Σχολικό βιβλίο σελίδα 14

A₃. Σχολικό βιβλίο σελίδα 72

A₄. 1. **ΣΩΣΤΟ** 2. **ΛΑΘΟΣ** 3. **ΛΑΘΟΣ** 4. **ΣΩΣΤΟ** 5. **ΛΑΘΟΣ**

ΘΕΜΑ Β

B₁.

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
1	2	2	9	18
3	3	9	1	3
5	4	20	1	4
9	1	9	25	25
ΣΥΝΟΛΟ	10	40		50

α.) Η μέση τιμή υπολογίζεται από τον τύπο: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$

β.) Το δείγμα έχει 10 παρατηρήσεις συνεπώς η διάμεσος είναι το ημίθροισμα της 5^{ης} και της 6^{ης} παρατήρησης. Συνεπώς: $\delta = \frac{3+5}{2} = 4$.

γ.) Η διακύμανση είναι:
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{50}{10} = 5$$

Β2. Η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{5}$. Ο συντελεστής

μεταβλητότητας είναι: $C.V = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

$$4 < 5 \Leftrightarrow \sqrt{4} < \sqrt{5} \Leftrightarrow 2 < \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{2}{4} < \frac{\sqrt{5}}{4} \Leftrightarrow 50\% < C.V$$


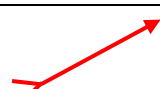
Συνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x) = x^2 - x + 1, x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
f'		-	+
f			

Η f παρουσιάζει ελάχιστο στο εμφανίζεται $x_0 = \frac{1}{2}$ το $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

Γ2. Έστω (ε) η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης με (ε) : $y = \lambda x + \beta$, όπου $\lambda = f'(2)$.

$$f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3, \text{ άρα: } \lambda = f'(2) = 3$$

Το $A(2, f(2))$ είναι το σημείο επαφής.

$$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3, \text{ άρα: } A(2, 3)$$

Έχουμε ότι: (ε) : $y = 3 \cdot x + \beta$

$$A(2,3) \in (\varepsilon) \text{ συνεπώς: } 3 = 3 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$$

Επομένως (ε) : $y = 3x - 3$ η εξίσωση της εφαπτομένης.

Γ3. Για το σημείο τομής της (ε) με τον x έχουμε:

$$y = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1, \text{ άρα είναι το: } B(1,0)$$

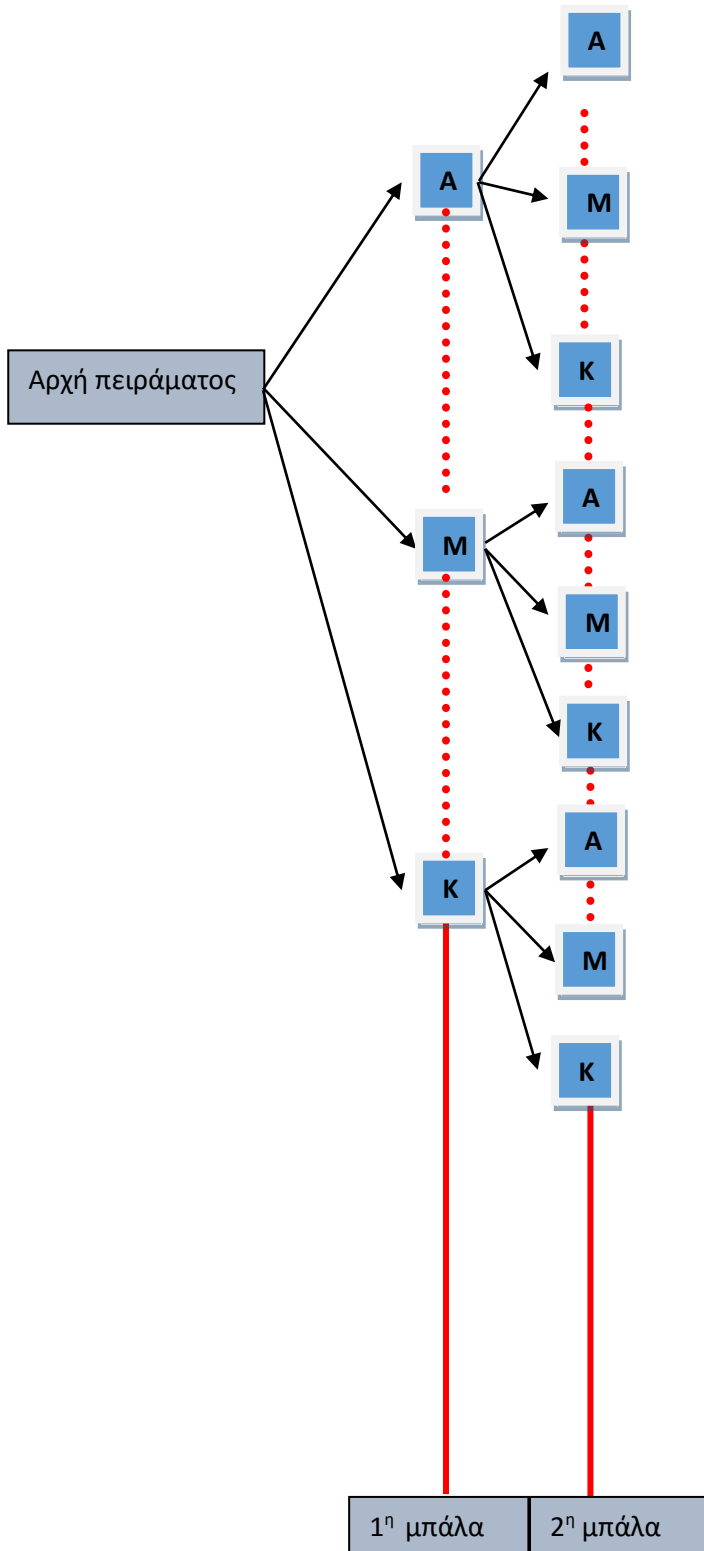
Για το σημείο τομής της (ε) με τον y έχουμε:

$$x = 0 \text{ συνεπώς: } y = 3 \cdot 0 - 3 = -3, \text{ άρα είναι το: } \Gamma(0,-3)$$

$$\begin{aligned} \Gamma 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}^2 - 1^2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για να προσδιορίσουμε τον δειγματικό χώρο θα χρησιμοποιήσουμε ένα δεντροδιάγραμμα:



Ο δειγματικός χώρος είναι:

$$\Omega = \{(AA), (AM), (AK), (MA), (MM), (MK), (KA), (KM), (KK)\}$$

Δ2. Τα ενδεχόμενα A και B είναι:

$$A = \{(AM), (MM), (KM)\}$$

$$B = \{(AM), (AK), (MA), (MK), (KA), (KM)\}$$

Δ3. α) $A \cap B = \{(AM), (KM)\}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

β) $A \cup B = \{(AM), (AK), (MA), (MM), (MK), (KA), (KM)\}$

Οι πιθανές περιπτώσεις για το σύνολο Γ είναι:

$$\Gamma = \emptyset \text{ συνεπώς: } P(\Gamma) = 0$$

$$\Gamma = \{(AA)\} \text{ συνεπώς: } P(\Gamma) = \frac{1}{9}$$

$$\Gamma = \{(KK)\} \text{ συνεπώς: } P(\Gamma) = \frac{1}{9}$$

$$\Gamma = \{(AA), (KK)\} \text{ συνεπώς: } P(\Gamma) = \frac{2}{9}$$

Συνεπώς η μέγιστη τιμή της πιθανότητας $P(\Gamma)$ είναι: $P(\Gamma) = \frac{2}{9}$