

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό σελ 65

A2. Σχολικό σελ 28

A3.

1. Λάθος (σχολικό σελ 59)
2. Σωστό (σχολικό σελ 67)
3. Λάθος (σχολικό σελ 13)

A4.

α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, x \neq 0$

β. $(x^\nu)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. Από την υπόθεση δίνεται

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow -\alpha = 3 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

B2. Είναι $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1$

Οπότε η συνάρτηση g ορίζεται αν $x \in \mathbf{R} - \{-1, +1\}$

B3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Β4. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbf{R}$ ως πολυωνυμική με παράγωγο $f'(x) = 2x - 3$

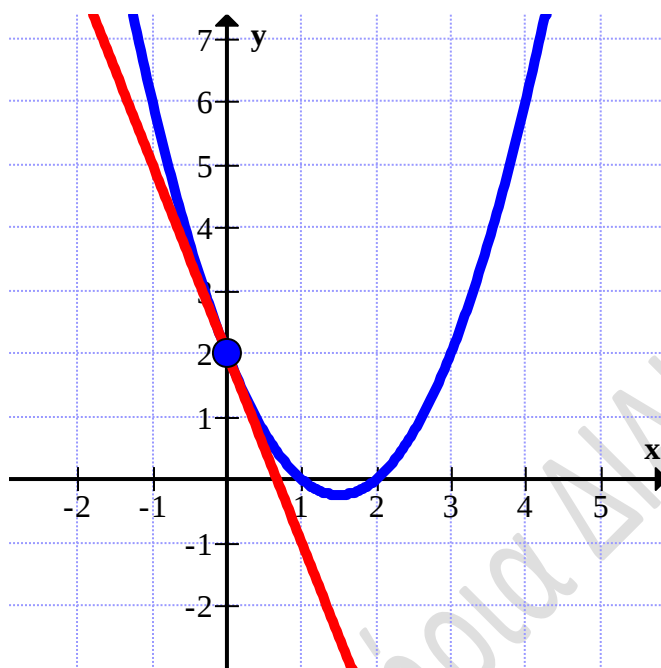
Έχουμε $f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$

και $f'(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

Η εφαπτομένη έχει τη μορφή $y = f'(0) \cdot x + \beta \Leftrightarrow \boxed{y = -3x + \beta}$

Για $x = 0$ και $y = f(0) = 2$ η εφαπτομένη γίνεται

$y = -3x + \beta \Rightarrow 2 = -3 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 2$



ΘΕΜΑ Γ

Θέμα Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας	Κεντρική τιμή	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	α_i
[4,8)	6	5	0,1	36
[8,12)	10	15	0,3	108
[12,16)	14	10	0,2	72
[16,20)	18	20	0,4	144
Σύνολο		50	1	360

$$f_1 = \frac{v_1}{v} \Leftrightarrow 0,1 = \frac{5}{v} \Leftrightarrow 0,1 \cdot v = 5 \Leftrightarrow v = 50$$

$$\alpha_1 = f_1 \cdot 360 = 0,1 \cdot 360 = 36$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} \Leftrightarrow 0,3 = \frac{v_2}{50} \Leftrightarrow v_2 = 0,3 \cdot 50 = 15$$

$$\alpha_2 = f_2 \cdot 360 = 0,3 \cdot 360 = 108$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{v_3}{50} \Leftrightarrow v_3 = 0,2 \cdot 50 = 10$$

$$\alpha_3 = f_3 \cdot 360 = 0,2 \cdot 360 = 72$$

Γ2. Τουλάχιστον 8 έτη έχουν συμπληρώσει $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί
β' τρόπος: οι εκπαιδευτικοί που έχουν συμπληρώσει μέχρι 8 έτη είναι $N_1 = v_1 = 5$
Επομένως περισσότερα από 8 έτη έχουν συμπληρώσει $50 - 5 = 45$ εκπαιδευτικοί

Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει λιγότερα από 16 έτη είναι
 $f_1\% + f_2\% + f_3\% = f_1 \cdot 100\% + f_2 \cdot 100\% + f_3 \cdot 100\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$

Γ4. Το εμβαδό του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων, δηλαδή είναι $E = 1$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1) \Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x, \quad 0 < x < 40$$

$$E = x \cdot y \Leftrightarrow E(x) = x(40 - x) \Leftrightarrow E = -x^2 + 40x$$

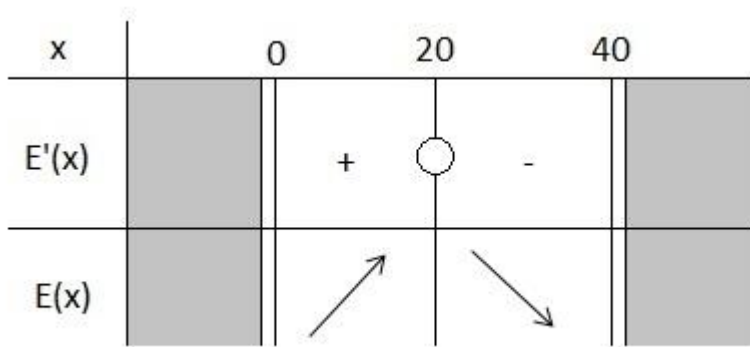
Πρέπει $x > 0$ και $x < 40$

Οπότε το πεδίο ορισμού της $E(x)$ είναι το $(0, 40)$

$$\Delta 2) E(x) = -x^2 + 40x, \quad 0 < x < 40$$

$$E'(x) = (-x^2 + 40x)' = -2x + 40, \quad 0 < x < 40$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 40 = 0 \Leftrightarrow -2x = -40 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (δεκτή)}$$



Η $E(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0,20]$

Η $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[20,40)$

Δ3) Το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο για $x=20m$ και η μέγιστη τιμή του είναι:

$$E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400m^2$$

Δ4) Εφόσον το $x_A < x_B$ και $x_A, x_B \in [20,40)$ στο οποίο η $E(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα, θα ισχύει:

$$x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$$

Συνεπώς το οικόπεδο με το μεγαλύτερο εμβαδόν θα είναι το οικόπεδο Α.

Επιμέλεια:

ΝΙΚΗΦΟΡΟΣ ΜΑΝΩΛΗΣ, ΒΑΝΟΥΣΗΣ ΧΡΙΣΤΟΣ, ΚΩΤΣΟΓΙΑΝΝΗ ΑΣΠΑΣΙΑ, ΣΙΔΕΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ, ΚΑΚΛΑΜΑΝΗΣ ΝΙΚΟΣ, ΠΑΠΑΛΙΑΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ, ΣΑΜΑΡΤΖΗΣ ΠΕΤΡΟΣ, ΚΟΥΚΟΥΓΙΑΝΝΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ, ΣΠΗΛΙΩΤΟΠΟΥΛΟΣ ΝΙΚΟΣ

και τα κέντρα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ: Πειραιά, Κερατσίνι, Κορυδαλλός, Αγία Σοφία, Περιστερί Κέντρο, Άλιμος Τράχωνες, Αλεξανδρούπολη, Νέα Φιλαδέλφεια, Αμφιάλη, Θεσσαλονίκη Πεύκα.